



ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA SIMULTÂNEA DE CALOR E MASSA NOS PROCESSOS DE ABSORÇÃO DE VAPOR EM SOLUÇÕES LiBr-H₂O VIA GITT. CASO 1D

FRANK WERLEY XAVIER DA SILVA¹, CARLOS ANTÔNIO CABRAL DOS SANTOS²

¹Instituto Federal de Educação Tecnológica de Alagoas, IFAL – Campus Maceió
Coordenação de Mecânica, 0-55 (82) 2126-7111

CEP: 57.020 – 600, R. Mizael Domigos, Centro, Maceió – AL – Brasil

¹Instituto Federal de Educação Tecnológica da Bahia, IFBA – Campus Salvador
Departamento de Tecnologia Mecânica e Materiais – DTMM

CEP: 40.301 – 015, R. Emídio dos Santos, S/N, Barbalho, Salvador – BA – Brasil

²Universidade Federal da Paraíba, UFPB – Campus I

LES- Laboratório de Energia Solar

CEP: 58.051-970, Centro de Tecnologia, Cidade Universitária, João Pessoa – PB – Brasil

(Recibido 28 de enero de 2014, revisado 10 de junio de 2014, para publicación 27 de junio de 2014)

Resumo – O fenômeno da transferência simultânea de calor e massa presente nos absorvedores das máquinas de refrigeração por absorção foi estudado pela Técnica da Transformada Integral Generalizada, GITT, do inglês, *Generalized Integral Transform Technique*, para três casos de interesse prático com crescente grau de dificuldade em sua formulação matemática. Os dois primeiros se referem a uma placa plana inclinada com escoamento em regime laminar, com perfil de velocidades conhecido e com a espessura da película constante ao longo do escoamento. Esta situação é estudada para condições de parede adiabática e isotérmica. O terceiro caso, mais próximo da condição real de operação, modela o escoamento sobre um tubo onde a espessura da película varia ao longo do perímetro. Este trabalho apresenta os resultados obtidos para os dois primeiros casos e grandezas de interesse prático são obtidos como números de Sherwood e de Nusselt, bem como o fluxo de massa na interface e seus potenciais médios.

Palavras-chave – Refrigeração por absorção, GITT, Problemas de Difusão Acoplados na Interface e Transferência Simultânea de Calor e Massa.

1. INTRODUÇÃO

A crescente demanda por fontes alternativas de energia ambientalmente viáveis renovou o interesse nos sistemas de refrigeração por absorção, os quais usam o calor, recebido de uma fonte térmica disponível, para produzir o frio. Este tipo de sistema é composto basicamente por cinco componentes elementares e utiliza como fluido refrigerante uma mistura binária (LiBr-H₂O ou H₂O-amônia) onde um de seus constituintes agiria como fluido refrigerante e o outro como absorvente. Os elementos básicos do sistema são o gerador, condensador, evaporador, absorvedor, bomba e válvulas de regulagem de pressão. O fenômeno da transferência simultânea de calor e massa está mais fortemente presente no interior do gerador e do absorvedor, mas por este último ditar o desempenho do equipamento, este trabalho é voltado para a avaliação deste componente. O processo de absorção que ocorre no interior do absorvedor é extremamente complexo e envolve não só a transferência simultânea de calor e massa, mas também o problema do escoamento do filme líquido. Os primeiros a investigarem este fenômeno foram Grigor'eva&Nakoryakov [1] que desenvolveram uma solução na forma de uma expansão em série de autofunções para solucionar as EDPs acopladas governantes do problema. Grossman [2] analisou teoricamente a absorção de gases em um escoamento laminar sobre uma placa horizontal por meio da transformada de Fourier. Mais tarde, Grossman&Health [3] estenderam o estudo para o escoamento turbulento. Andberg&Vliet [4] apresentaram um modelo simplificado para absorção de vapor em filmes líquidos escoando sobre tubos horizontais

resfriados por meio da consideração da camada limite para transporte de energia, massa e quantidade de movimento. Conlisk [5] apresentou o desenvolvimento de uma solução para o problema de absorção de um filme laminar empregando a técnica da transformada de Laplace. Wassenaar [6] desenvolveu ferramentas numéricas para o projeto de trocadores de calor e massa com o intuito de obter uma melhor razão preço-desempenho usando o método dos elementos finitos. Min&Choi [7] analisaram o processo sobre um tubo horizontal usando as equações de Navier-Stokes com os efeitos da tensão superficial solucionando-as por meio do algoritmo SIMPLER. Babadi&Farhanieh [8] trataram numericamente as características do processo em uma solução LiBr-H₂O sobre tubos completamente molhados e a absorção de vapor associada a grandes números de Reynolds. Bo *et al.* [9] investigaram numericamente a absorção em uma solução LiBr-H₂O usando pacotes de software de dinâmica dos fluidos computacionais do FLUENT.

2. O PROBLEMA E AS HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

A Fig. 1 descreve a situação física do problema em estudo. Uma película absorvente escoou sobre uma placa plana inclinada enquanto absorve, através de sua interface, o vapor de água.

O modelo considera as seguintes hipóteses simplificadoras:

1. O sistema está em regime permanente.
2. O líquido é newtoniano e tem propriedades físicas constantes. O valor das propriedades depende das condições de entrada do líquido.
3. O movimento do líquido é afetado só pela gravidade e atrito na parede do tubo.
4. O aumento no fluxo de massa da mistura ao longo do tubo devido à absorção de vapor é desprezível.
5. Na interface o vapor e o líquido estão em estado de equilíbrio. A relação entre temperatura da interface e a concentração é linear com coeficientes constantes.
6. Todo calor de absorção é liberado na interface.
7. O líquido é uma mistura binária e só um componente está presente na fase vapor.
8. Não existe transferência de calor do líquido para o vapor, nem transferência de calor por radiação, dissipação viscosa, gradientes de pressão, gradientes de concentração (efeito Dufour), ou efeitos gravitacionais.

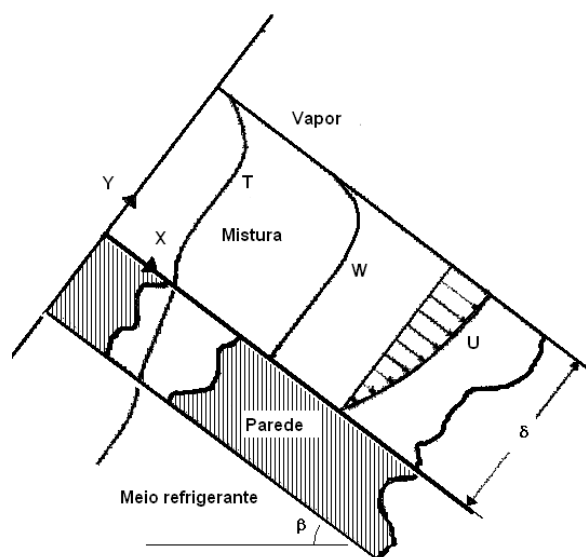


Fig. 1. Escoamento da película absorvente sobre uma placa inclinada com espessura constante.

9. Não existe difusão por causa de gradientes de pressão, gradientes de temperatura (efeito Soret), ou reações químicas.
10. A difusão de calor e massa na direção do escoamento é desprezível em relação à difusão perpendicular a direção do escoamento.

3. MODELO MATEMÁTICO

O problema em questão pode ser representado matematicamente por um sistema de equações diferenciais obtidas pelos balanços da energia e concentração, fortemente acopladas entre si, na interface que separa a solução líquida BrLi-H₂O e o vapor de água (refrigerante usado neste tipo de sistema). A formulação matemática adimensional do modelo é mostrada pelos sistemas de equações (1) e (2).

Energia

$$U(Y) \frac{\partial \theta(X, Y)}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta(X, Y)}{\partial Y^2}, \quad 0 < Y < 1, X > 0 \quad (1a)$$

Condições de entrada e de contorno

$$\theta(0, Y) = 0 \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \theta(X, 0)}{\partial Y} = 0 \quad (1c)$$

$$\frac{\partial \theta(X, 1)}{\partial Y} = f_{ac} \frac{\partial W(X, 1)}{\partial Y} \quad (1d)$$

onde

$$f_{ac} = \frac{D}{\alpha} \frac{1}{C_{INT}} \frac{H_{ABS}}{C_p} \frac{C_e - C_0}{T_e - T_0} \quad (1e)$$

Concentração

$$U(Y) \frac{\partial W(X, Y)}{\partial X} = \frac{1}{Le} \frac{\partial^2 W(X, Y)}{\partial Y^2}, \quad 0 < Y < 1, X > 0 \quad (2a)$$

Condições de entrada e de contorno

$$W(0, Y) = 0 \quad (2b)$$

$$\frac{\partial W(X, 0)}{\partial Y} = 0 \quad (2c)$$

$$\theta(X, 1) + W(X, 1) = 1 \quad (2d)$$

Das soluções de Nusselt, o perfil de velocidades e a espessura da película são determinadas pelas equações (3a, b, c).

$$u = \frac{3}{2} \bar{u} \left[2 \left(\frac{y}{\delta} \right) - \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right] \quad (3a)$$

$$\bar{u} = \frac{\Gamma}{\rho\delta} \quad (3b)$$

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3M\Gamma}{\rho g \text{sen}(\beta)}} \quad (3c)$$

Para efeito de generalização, as equações (1) a (3) foram normalizadas por meio dos seguintes grupos adimensionais:

$$X = \frac{1}{Pe} \frac{x}{\delta}; \quad Y = \frac{y}{\delta}; \quad (4.a, b)$$

$$U(Y) = \frac{u(y)}{\bar{u}} = \frac{3}{2}(2Y - Y^2); \quad (4c)$$

$$\theta(X, Y) = \frac{T(x, y) - T_0}{T_e - T_0}; \quad (4d)$$

$$W(X, Y) = \frac{C(x, y) - C_0}{C_e - C_0}; \quad (4e)$$

$$T_e = AW_0 + B; T_0 = AW_e + B \quad (4f, g)$$

4. TRATAMENTO DO PROBLEMA VIA GITT

A solução do sistema de EDPs acopladas é obtida por meio da GITT e, seguindo seu formalismo [10], os seguintes problemas auxiliares são propostos:

Problema auxiliar da energia

$$\frac{d^2 \bar{\Psi}_i(Y)}{dY^2} + \mu_i^2 \bar{\Psi}_i(Y) = 0, \quad 0 < Y < 1 \quad (5a)$$

$$\frac{d\bar{\Psi}_i(0)}{dY} = 0; \quad \frac{d\bar{\Psi}_i(1)}{dY} = 0 \quad (5b, c)$$

$$\Psi_i(Y) = \text{Cos}(\mu_i Y) \quad (5d)$$

$$\text{Sen}(\mu_i) = 0 \therefore \mu_i = 0 \quad (5e)$$

$$\bar{\Psi}_i(Y) \equiv \frac{\Psi(\mu_i, Y)}{\sqrt{N_{\theta, i}}} \quad (5f)$$

$$N_{\theta, i} = \int_0^1 [\Psi_i(Y)]^2 dY \quad (5g)$$

Par transformado

A Fórmula de inversão e o potencial transformado são, respectivamente:

$$\theta(X, Y) = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{\Psi}_i(Y) \bar{\theta}_i(X) \quad (6a)$$

$$\bar{\theta}_i(X) = \int_0^1 \bar{\Psi}_i(Y) \theta(X, Y) dY \quad (6b)$$

Problema auxiliar da concentração

$$\frac{d^2 \bar{\Phi}_i(Y)}{dY^2} + \lambda_i^2 \bar{\Phi}_i(Y) = 0; \quad 0 < Y < 1 \tag{7a}$$

$$\frac{d\bar{\Phi}_i(0)}{dY} = 0; \quad \bar{\Phi}_i(1) = 0 \tag{7b, c}$$

$$\Phi_i(Y) = \text{Cos}(\lambda_i Y) \tag{7d}$$

$$\text{cos}(\lambda_i) = 0 \tag{7e}$$

$$\bar{\Phi}_i(Y) \equiv \frac{\Phi(\lambda_i, Y)}{\sqrt{N_{w,i}}} \tag{7f}$$

$$N_{w,i} = \int_0^1 [\Phi_i(Y)]^2 dY \tag{7g}$$

Par transformado

Para o problema da concentração, a fórmula de inversão e o potencial transformado são:

$$W(X, Y) = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{\Phi}_i(Y) \bar{W}_i(X) \tag{8a}$$

$$\bar{W}_i(X) = \int_0^1 \bar{\Phi}_i(Y) W(X, Y) dY \tag{8b}$$

Nas equações (5d, e, f, g) e (7d, e, f, g) estão representadas para cada um dos potenciais a autofunção, a autocondição, a autofunção normalizada e a norma.

Aplicando os operadores $\int_0^1 \bar{\Psi}_i(Y) dY$ e $\int_0^1 \theta(X, Y) dY$ nos problemas principal e auxiliar da energia, respectivamente e somando os resultados, obtém-se, após algumas manipulações matemáticas, a forma transformada do potencial da energia, como pode ser vista pelo conjunto de equações (9).

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left\{ CT1_{ij} \frac{d\bar{\theta}_j(X)}{dX} - CT2_{ij} \frac{d\bar{W}_j(X)}{dX} \right\} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(X) = 0 \tag{9a}$$

$$\therefore \bar{\theta}_i(0) = 0 \tag{9b}$$

$$CT1_{ij} = \left[\int_0^1 U \bar{\Psi}_i(Y) \bar{\Psi}_j(Y) dY \right] \tag{9c}$$

$$CT2_{ij} = f_{ac} Le \bar{\Psi}_i(1) \left[\int_0^1 U \bar{\Phi}_j(Y) dY \right] \tag{9d}$$

Similarmente, com os operadores $\int_0^1 \bar{\Phi}_i(Y) dY$ e $\int_0^1 W(X, Y) dY$ aplicados no problema da concentração obtém-se a forma transformada do potencial de concentração, equações (10).

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left\{ CC1_{ij} \frac{d\bar{W}_j(X)}{dX} - CC2_{ij} \bar{\theta}_j(X) - CC3_{ij} \frac{d\bar{\theta}_j(X)}{dX} \right\} + \frac{\lambda_i^2}{Le} \bar{W}_i(X) + CC4_i = 0 \tag{10a}$$

$$\therefore \bar{W}_i(0) = 0 \tag{10b}$$

$$CC1_{ij} = \left[\int_0^1 U(Y) \bar{\Phi}_i(Y) \bar{\Phi}_j(Y) dY \right] \tag{10c}$$

$$CC2_{ij} = \frac{1}{Le} \left[\frac{d\bar{\Phi}_i(1)}{dY} \bar{\Psi}_j(0) \right] \tag{10d}$$

$$CC3_{ij} = \frac{1}{Le} \left[\frac{d\bar{\Phi}_i(1)}{dY} \int_0^1 \left(\int_0^{Y'} U(Y') \bar{\Psi}_j(Y') dY' \right) dY \right] \quad (10e)$$

$$CC4_i = \frac{1}{Le} \frac{d\bar{\Phi}_i(1)}{dY} \quad (10f)$$

Os sistemas de equações (9) e (10) compõem um problema de valor inicial acoplado que pode ser solucionado numericamente pela sub-rotina científica DIVPAG, disponível na biblioteca IMSL do Fortran 90-95, ou pelo NDSolve do Mathematica. A solução final procurada é obtida recuperando-se os potenciais completos representados pelas fórmulas de inversão (6a) e (8a).

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Grandezas de interesse prático como temperatura e concentração médias podem ser então determinadas por meio das expressões:

$$\theta_{MÉD} = \frac{\int_0^1 U(Y) \theta(X, Y) dY}{\int_0^1 U(Y) dY} = \int_0^1 U(Y) \theta(X, Y) dY \quad (11a)$$

$$W_{MÉD} = \frac{\int_0^1 U(Y) W(X, Y) dY}{\int_0^1 U(Y) dY} = \int_0^1 U(Y) W(X, Y) dY \quad (11b)$$

Substituindo as fórmulas de inversão dos respectivos potenciais, estes podem ser reescritos como segue:

$$\theta_{MÉD} = \sum_{i=1}^{\infty} CTMij \bar{\theta}_i(X) \quad (12a)$$

$$W_{MÉD} = \sum_{i=1}^{\infty} CCMij \bar{W}_i(X) \quad (12b)$$

onde

$$CTMij = \int_0^1 U(Y) \bar{\psi}(Y) dY \quad (12c)$$

$$CCMij = \int_0^1 U(Y) \bar{\Phi}(Y) dY \quad (12d)$$

Os coeficientes de transferência de massa, Sh , e de calor, Nu , da interface para o interior do filme são definidos através das expressões seguintes.

$$Sh_{INT} = \frac{k \delta}{D} = \frac{1}{W_{INT} - W_{MÉD}} \left. \frac{\partial W(X, Y)}{\partial Y} \right|_{Y=1} \quad (13a)$$

$$NU_{INT} = \frac{h_{INT} \delta}{k} = \frac{1}{\theta_{INT} - \theta_{MÉD}} \left. \frac{\partial \theta(X, Y)}{\partial Y} \right|_{Y=1} \quad (13b)$$

$$NU_{INT} = \frac{f_{ac}}{\theta_{INT} - \theta_{MÉD}} \frac{\partial W(X, 1)}{\partial Y} \quad (13c)$$

Aplicando o balanço integral na equação (13a) e equação (13c) tem-se:

$$Sh_{INT} = \frac{Le}{W_{INT} - W_{MÉD}} \int_0^1 U \frac{\partial W}{\partial X} dY \quad (13d)$$

$$NU_{INT} = \frac{f_{ac}}{\theta_{INT} - \theta_{MÉD}} Le \int_0^1 U \frac{\partial W}{\partial X} dY \quad (13e)$$

Substituindo as fórmulas das inversas nas equações (13d) e (13e), estas tomam as seguintes formas:

$$Sh_{INT} = \sum_{i=1}^{\infty} C Sh_{INT,i} \bar{W}_i(X) \quad (14a)$$

$$NU_{INT} = \sum_{i=1}^{\infty} C NU_{INT,i} \frac{d\bar{W}_i(X)}{dX} \quad (14b)$$

onde,

$$C Sh_{INT,i} = \frac{Le}{W_{INT} - W_{MÉD}} \int_0^1 U(Y) \bar{\Phi}_i(Y) dY \quad (14c)$$

$$C NU_{INT,i} = \frac{f_{ac} Le}{\theta_{INT} - \theta_{MÉD}} \int_0^1 U(Y) \bar{\Phi}_i(Y) dY \quad (14d)$$

Para o caso de parede isotérmica, como a transferência de calor se dá da interface para a película, se difunde através desta e da parede do tubo até o meio de resfriamento que passa no interior destes, o número de Nusselt do filme para a parede também deve ser calculado. Isto é possível pela seguinte expressão:

$$NU_{PAR} = \frac{1}{\theta_{MÉD} - \theta_{PAR}} \left. \frac{\partial \theta(X, Y)}{\partial Y} \right|_{Y=0} \quad (15a)$$

A substituição da fórmula da inversa leva à seguinte expressão:

$$NU_{PAR} = \sum_{i=1}^{\infty} C NU_{PAR,i} \frac{d\bar{\theta}_i(X)}{dX} \quad (15b)$$

$$C NU_{PAR,i} = \frac{1}{\theta_{MÉD} - \theta_{PAR}} \frac{d\bar{\psi}(0)}{dY} \quad (15c)$$

A convergência dos resultados pode ser avaliada nas Tabelas 1 e 2 para a concentração e temperatura respectivamente para o caso de parede adiabática.

As distribuições de temperatura e concentração para os casos de parede adiabática e isotérmica são mostradas nas Fig. 2a, 2b, 3a e 3b respectivamente. Nelas está representado o comportamento destes potenciais na parede, na interface líquido-vapor, e seus valores médios ao longo do escoamento, posição X . Estas figuras apresentam ainda, com o intuito de consolidar o modelo proposto, uma comparação com a principal referência. Os resultados obtidos por Grossman [3] foram inseridos por meio do programa ENGAUGE DIGITIZER, versão 1.5, usado para captura de pontos sobre imagens, onde foi gerada uma planilha de extensão “.dat” que possibilitou gerar o gráfico juntamente com os resultados do presente modelo.

Nos trechos iniciais do escoamento, para valores muito pequenos de X , existe uma certa disparidade entre os resultados do presente trabalho e os da referência, na região da interface líquido-vapor devido a um recurso usado por este último para superar a dificuldade inicial na interface na forma de uma singularidade já que, devido o acoplamento na interface, a condição de contorno nesta fronteira estabelece que, ao longo desta $W(X,1) + \theta(X,1) = 1$. No entanto, como as condições iniciais dos dois potenciais, são nulas, esta condição de fronteira não é satisfeita no ponto $X=0$. Tanto Grossman [3] como Wassenaar [6], usaram uma expressão em função do Le , e do fator de acoplamento, f_{ac} , na obtenção de valores iniciais para a interface. Pelo uso da GITT, esta singularidade é superada sem problemas.

Sobre as Fig. 2a e 2b estão indicados os valores obtidos pela referência para superar a dificuldade pela singularidade inicial. Estes valores são obtidos pelas seguintes relações:

Tabela 1. Distribuição da concentração para diversos autovalores ao longo de X (parede adiabática).

		PAREDE ADIABÁTICA (LE = 1000, fac = 0,01)											
		MÉDIA				PAREDE				INTERFACE			
X↓	N→	100	110	120	130	100	110	120	130	100	110	120	130
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,10	0,0867	0,0884	0,0898	0,0909	0,0142	0,0147	0,0152	0,0157	0,0157	0,2157	0,2184	0,2206	0,2224
0,20	0,1299	0,1315	0,1329	0,1340	0,0647	0,0660	0,0671	0,0681	0,0681	0,2287	0,2306	0,2321	0,2334
0,30	0,1623	0,1639	0,1653	0,1664	0,1108	0,1123	0,1136	0,1147	0,1147	0,2402	0,2418	0,2431	0,2443
0,40	0,1889	0,1905	0,1917	0,1928	0,1474	0,1489	0,1503	0,1514	0,1514	0,2526	0,2541	0,2554	0,2564
0,50	0,2116	0,2130	0,2143	0,2153	0,1769	0,1785	0,1798	0,1808	0,1808	0,2655	0,2669	0,2681	0,2691
0,60	0,2313	0,2327	0,2339	0,2349	0,2016	0,2031	0,2043	0,2054	0,2054	0,2781	0,2795	0,2806	0,2816
0,70	0,2489	0,2502	0,2514	0,2524	0,2228	0,2242	0,2254	0,2264	0,2264	0,2903	0,2916	0,2927	0,2936
0,80	0,2647	0,2660	0,2671	0,2680	0,2414	0,2428	0,2439	0,2449	0,2449	0,3019	0,3032	0,3042	0,3051
0,90	0,2790	0,2803	0,2814	0,2823	0,2580	0,2593	0,2605	0,2614	0,2614	0,3129	0,3141	0,3151	0,3159
1,00	0,2922	0,2935	0,2945	0,2954	0,2730	0,2743	0,2754	0,2763	0,2763	0,3233	0,3244	0,3254	0,3262
2,00	0,3858	0,3868	0,3876	0,3882	0,3755	0,3765	0,3773	0,3780	0,3780	0,4028	0,4038	0,4045	0,4051
5,00	0,5198	0,5203	0,5208	0,5212	0,5156	0,5162	0,5166	0,5170	0,5170	0,5267	0,5273	0,5277	0,5281
10,00	0,6190	0,6193	0,6195	0,6198	0,6170	0,6173	0,6176	0,6178	0,6178	0,6222	0,6225	0,6228	0,6230
20,00	0,7080	0,7081	0,7083	0,7084	0,7072	0,7073	0,7075	0,7076	0,7076	0,7094	0,7095	0,7097	0,7098
30,00	0,7533	0,7534	0,7535	0,7535	0,7528	0,7529	0,7530	0,7531	0,7531	0,7541	0,7542	0,7543	0,7544
40,00	0,7820	0,7821	0,7822	0,7822	0,7817	0,7818	0,7818	0,7819	0,7819	0,7826	0,7827	0,7827	0,7828
50,00	0,8023	0,8024	0,8024	0,8025	0,8021	0,8022	0,8022	0,8022	0,8022	0,8028	0,8028	0,8029	0,8029
60,00	0,8177	0,8177	0,8178	0,8178	0,8175	0,8175	0,8176	0,8176	0,8176	0,8180	0,8180	0,8181	0,8181
70,00	0,8298	0,8298	0,8298	0,8299	0,8296	0,8296	0,8297	0,8297	0,8297	0,8300	0,8300	0,8301	0,8301
80,00	0,8396	0,8396	0,8396	0,8397	0,8395	0,8395	0,8395	0,8395	0,8395	0,8398	0,8398	0,8399	0,8399
90,00	0,8478	0,8478	0,8478	0,8478	0,8477	0,8477	0,8477	0,8477	0,8477	0,8479	0,8480	0,8480	0,8480
100,00	0,8547	0,8547	0,8548	0,8548	0,8546	0,8546	0,8547	0,8547	0,8547	0,8549	0,8549	0,8549	0,8549
200,00	0,8907	0,8907	0,8907	0,8908	0,8907	0,8907	0,8907	0,8907	0,8907	0,8908	0,8908	0,8908	0,8908
300,00	0,9025	0,9025	0,9025	0,9026	0,9025	0,9025	0,9025	0,9025	0,9025	0,9025	0,9025	0,9026	0,9026
400,00	0,9066	0,9066	0,9067	0,9067	0,9066	0,9066	0,9067	0,9067	0,9067	0,9066	0,9067	0,9067	0,9067
500,00	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081	0,9081
600,00	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086
700,00	0,9087	0,9088	0,9088	0,9088	0,9087	0,9088	0,9088	0,9088	0,9088	0,9087	0,9088	0,9088	0,9088
800,00	0,9088	0,9088	0,9088	0,9089	0,9088	0,9088	0,9088	0,9088	0,9089	0,9088	0,9088	0,9088	0,9089
900,00	0,9088	0,9089	0,9089	0,9089	0,9088	0,9089	0,9089	0,9089	0,9089	0,9088	0,9089	0,9089	0,9089
1000,00	0,9088	0,9089	0,9089	0,9089	0,9088	0,9089	0,9089	0,9089	0,9089	0,9088	0,9089	0,9089	0,9089

Tabela 2. Distribuição da temperatura para diversos autovalores ao longo de X (parede adiabática).

		PAREDE ADIABÁTICA (LE = 1000, fac = 0,01)											
		MÉDIA				PAREDE				INTERFACE			
X↓	N→	100	110	120	130	100	110	120	130	100	110	120	13
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,00
0,10	0,0087	0,0088	0,0090	0,0091	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7843	0,7816	0,7794	0,77
0,20	0,0130	0,0132	0,0133	0,0134	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7713	0,7694	0,7679	0,76
0,30	0,0162	0,0164	0,0165	0,0166	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7598	0,7582	0,7569	0,75
0,40	0,0189	0,0190	0,0192	0,0193	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7474	0,7459	0,7446	0,74
0,50	0,0212	0,0213	0,0214	0,0215	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7345	0,7331	0,7319	0,73
0,60	0,0231	0,0233	0,0234	0,0235	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7219	0,7205	0,7194	0,71
0,70	0,0249	0,0250	0,0251	0,0252	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7097	0,7084	0,7073	0,70
0,80	0,0265	0,0266	0,0267	0,0268	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6981	0,6968	0,6958	0,69
0,90	0,0279	0,0280	0,0281	0,0282	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6871	0,6859	0,6849	0,68
1,00	0,0292	0,0293	0,0295	0,0295	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6767	0,6756	0,6746	0,67
2,00	0,0386	0,0387	0,0388	0,0388	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5972	0,5962	0,5955	0,59
5,00	0,0520	0,0520	0,0521	0,0521	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4733	0,4727	0,4723	0,47
10,00	0,0619	0,0619	0,0620	0,0620	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3778	0,3775	0,3772	0,37
20,00	0,0708	0,0708	0,0708	0,0708	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2906	0,2905	0,2903	0,29
30,00	0,0753	0,0753	0,0753	0,0754	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2459	0,2458	0,2457	0,24
40,00	0,0782	0,0782	0,0782	0,0782	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,2174	0,2173	0,2173	0,21
50,00	0,0802	0,0802	0,0802	0,0802	0,0027	0,0028	0,0028	0,0029	0,0029	0,1972	0,1972	0,1971	0,19
60,00	0,0818	0,0818	0,0818	0,0818	0,0064	0,0065	0,0065	0,0065	0,0065	0,1820	0,1820	0,1819	0,18
70,00	0,0830	0,0830	0,0830	0,0830	0,0111	0,0112	0,0112	0,0112	0,0112	0,1700	0,1700	0,1699	0,16
80,00	0,0840	0,0840	0,0840	0,0840	0,0164	0,0165	0,0165	0,0165	0,0165	0,1602	0,1602	0,1601	0,16
90,00	0,0848	0,0848	0,0848	0,0848	0,0221	0,0221	0,0221	0,0221	0,0221	0,1521	0,1520	0,1520	0,15
100,00	0,0855	0,0855	0,0855	0,0855	0,0277	0,0277	0,0277	0,0277	0,0277	0,1451	0,1451	0,1451	0,14
200,00	0,0891	0,0891	0,0891	0,0891	0,0675	0,0675	0,0675	0,0675	0,0675	0,1092	0,1092	0,1092	0,10
300,00	0,0903	0,0903	0,0903	0,0903	0,0827	0,0827	0,0827	0,0827	0,0827	0,0975	0,0975	0,0974	0,09
400,00	0,0907	0,0907	0,0907	0,0907	0,0880	0,0880	0,0880	0,0880	0,0880	0,0934	0,0933	0,0933	0,09
500,00	0,0908	0,0908	0,0908	0,0908	0,0899	0,0899	0,0899	0,0899	0,0899	0,0919	0,0919	0,0919	0,09
600,00	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0905	0,0905	0,0905	0,0905	0,0905	0,0914	0,0914	0,0914	0,09
700,00	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0907	0,0908	0,0908	0,0908	0,0908	0,0913	0,0912	0,0912	0,09
800,00	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0908	0,0908	0,0908	0,0908	0,0908	0,0912	0,0912	0,0912	0,09
900,00	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0912	0,0911	0,0911	0,09
1000,00	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0912	0,0911	0,0911	0,09

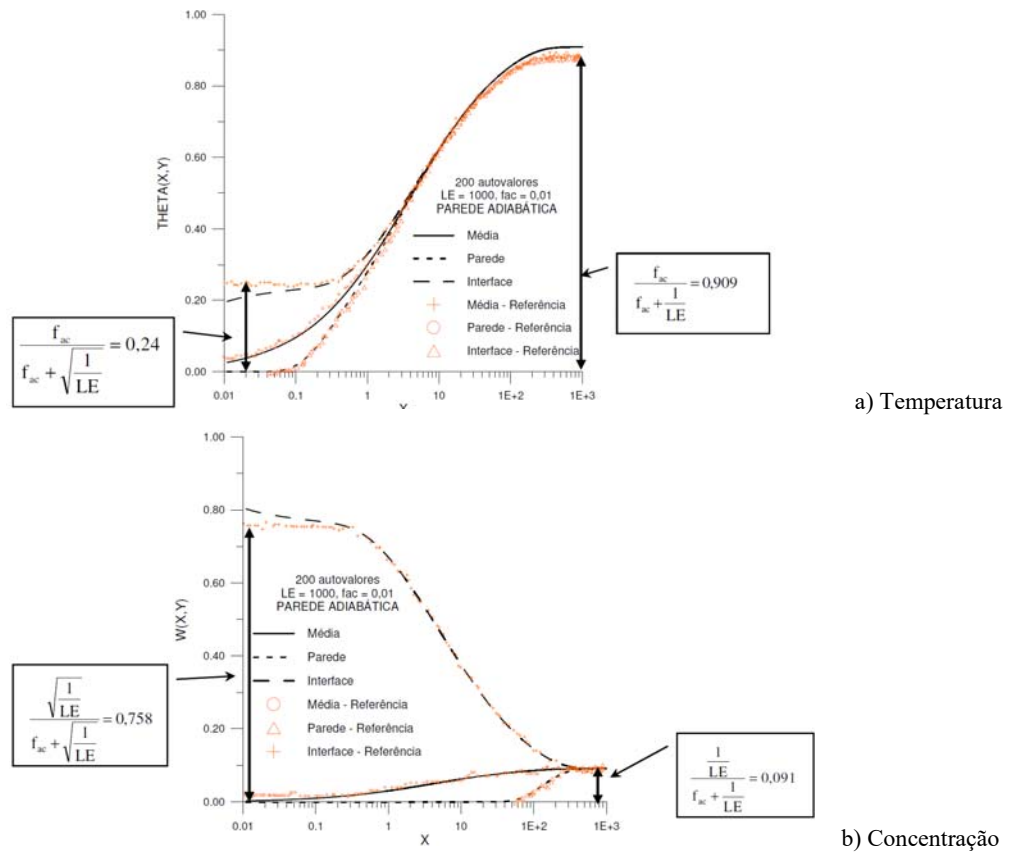


Fig. 2. Comparação da distribuição de temperatura e concentração em relação aos resultados da referência para paredes adiabáticas.

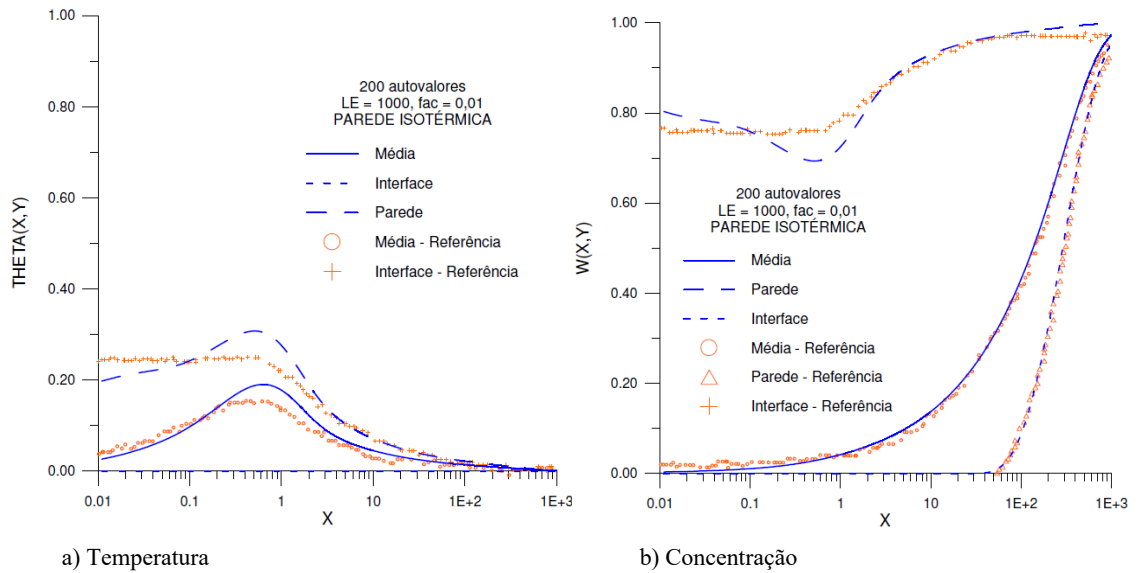


Fig. 3. Comparação da distribuição de temperatura e concentração em relação aos resultados da referência para paredes isotérmicas.

$$a = \frac{f_{ac}}{f_{ac} + \sqrt{\frac{1}{LE}}} = 0,24 \tag{16a}$$

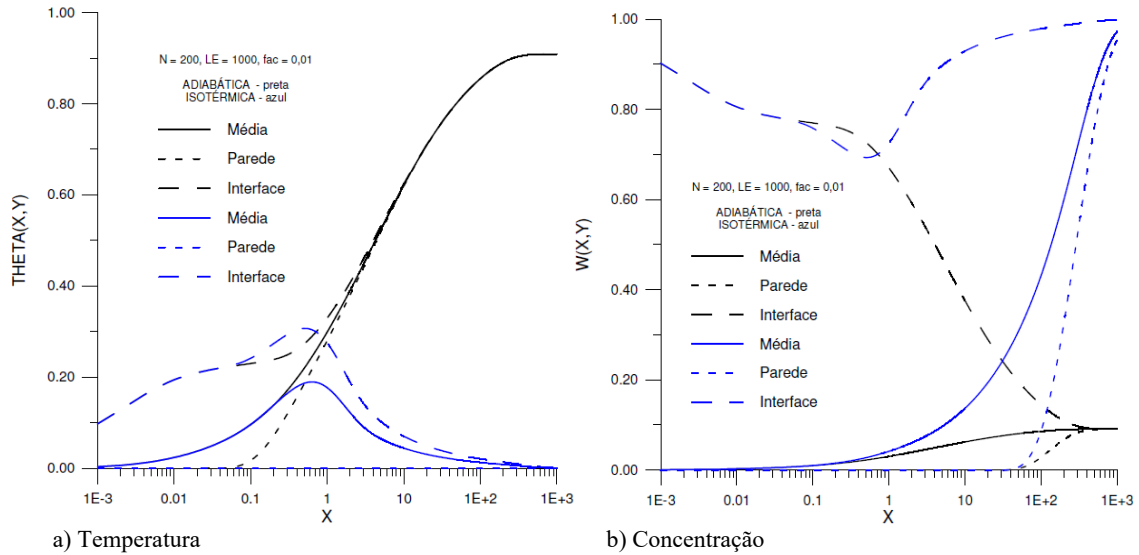


Fig. 4. Comportamento da distribuição de temperatura e concentração para parede adiabática e isotérmica.

$$b = \frac{f_{ac}}{f_{ac} + \frac{1}{LE}} = 0,909 \quad (16b)$$

$$c = \frac{\sqrt{\frac{1}{LE}}}{f_{ac} + \sqrt{\frac{1}{LE}}} = 0,758 \quad (16c)$$

$$d = \frac{\frac{1}{LE}}{f_{ac} + \frac{1}{LE}} = 0,091 \quad (16d)$$

Nas Fig. 4a e 4b se pode notar que, para pequenos valores de X , para as duas condições de parede, as curvas mostram comportamento praticamente igual. O líquido na interface alcança o equilíbrio termodinâmico com o vapor quase que imediatamente após o contato ($X=0$). No entanto, este efeito precisa de uma distância um pouco maior para se difundir através da película e atingir a parede. Em consequência disso, a temperatura e concentração na parede permanecem praticamente em zero neste trecho.

Para o caso de parede adiabática, as temperaturas na parede, na interface e média, aumentam gradativamente, tendendo para um valor comum, se tornando cada vez mais próximas uma das outras à medida que o valor de X aumenta. Este aumento se deve ao fato do calor de absorção não está sendo removido do sistema. Para o caso de parede isotérmica, a temperatura na interface tem um ligeiro aumento no início do escoamento enquanto que a temperatura média tende a acompanhar esta elevação à medida que o calor se difunde da interface para o interior do filme. Em seguida, os dois perfis de temperatura começam a diminuir até atingir o valor zero, devido à retirada de calor do sistema através da parede.

A distribuição da concentração na interface para ambos os casos segue uma tendência oposta a da distribuição de temperatura, representada pela condição de contorno (2d). A concentração média aumenta nas duas situações tendendo sempre a um valor igual ao da concentração na interface no final do escoamento. No caso da parede isotérmica, a temperatura do filme fica igual à temperatura da parede (zero), enquanto que a concentração atinge o equilíbrio, $W(X,1) = 1$.

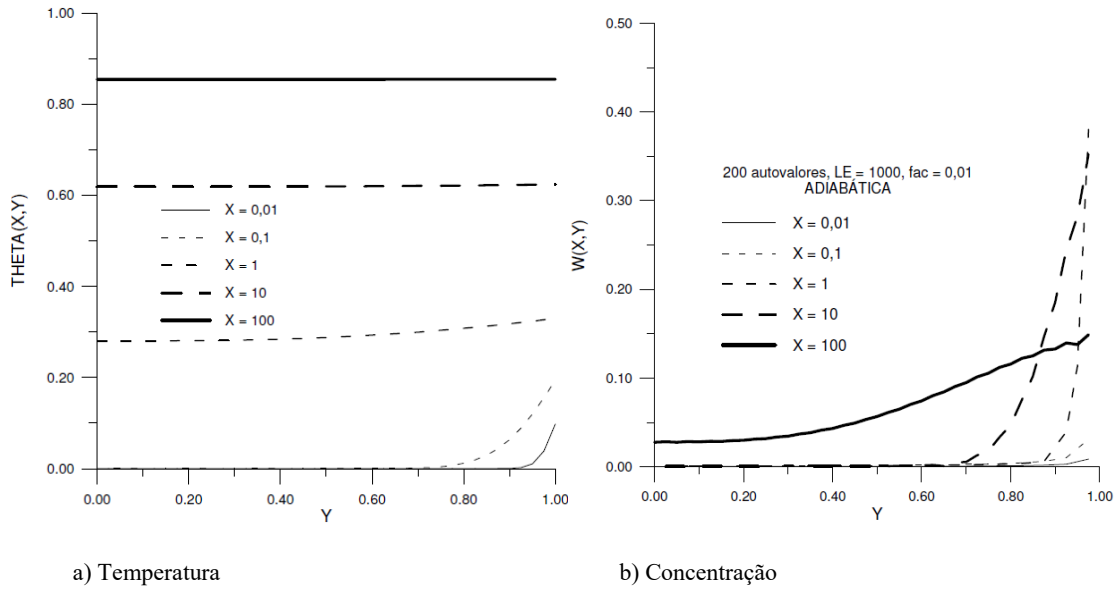


Fig. 5. Perfis de temperatura e concentração para diferentes valores de X com $Le = 100$ e $fac = 0,01$ (parede adiabática, 200 autovalores).

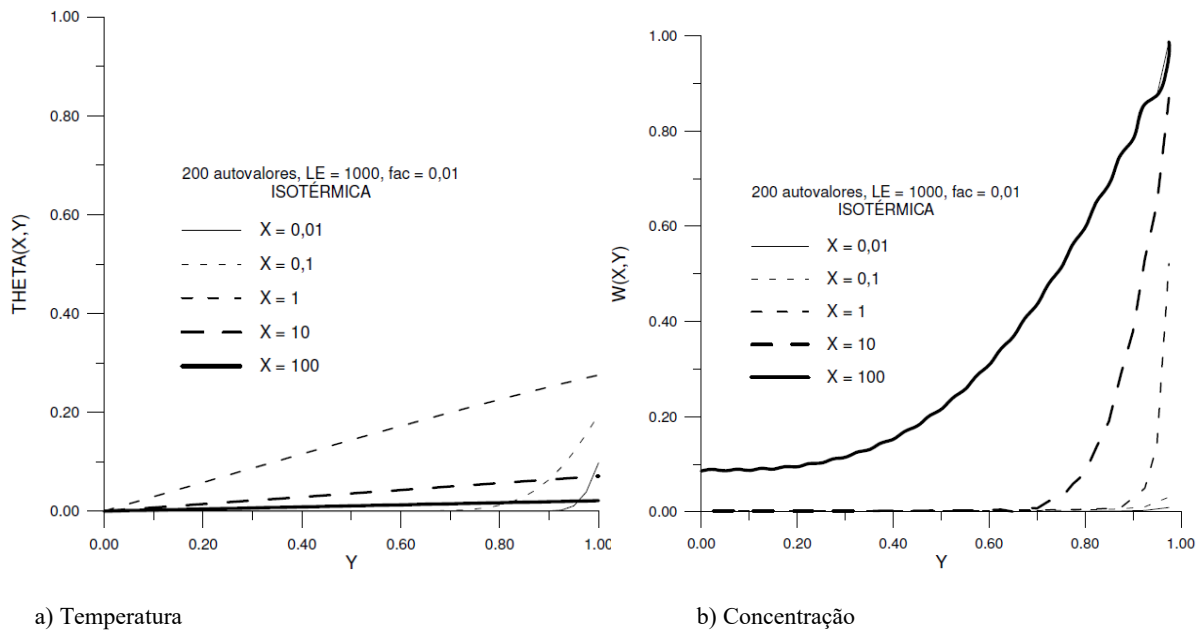


Fig. 6. Perfis de temperatura e concentração para diferentes valores de X com $Le = 100$ e $fac = 0,01$ (parede isotérmica, 200 autovalores).

As Fig. 5a e 5b e 6a e 6b mostram perfis de temperatura e concentração ao longo do filme para diversos valores de X, para parede adiabática e isotérmica, respectivamente. Pode-se ver que existem duas camadas limites, uma de temperatura e uma de concentração, sendo que a primeira desenvolve-se mais rapidamente já que a difusividade térmica, α , é maior do que a difusividade de massa, D . A medida que o valor de X aumenta, os efeitos sofridos na interface se difundem na direção da parede e os gradientes de temperatura e concentração tornam-se moderados.

Para pequenos valores de X, estes gradientes são limitados a uma estreita camada próxima a interface.

A Fig. 7 mostra o fluxo de massa através da interface ao longo de X para $Le = 1000$ e diferentes valores para o fator de acoplamento nas duas condições de parede. Para pequenos valores de X, os valores iniciais do fluxo de massa para os dois casos são praticamente coincidentes. Contudo, quando X aumenta, após a

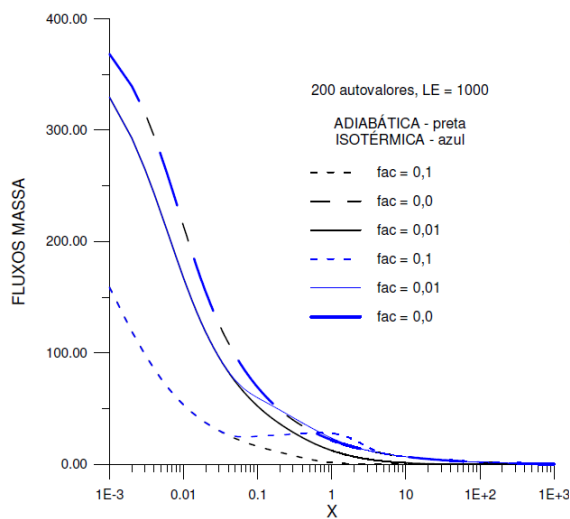


Fig. 7. Fluxo de massa na interface para parede adiabática isotérmica.

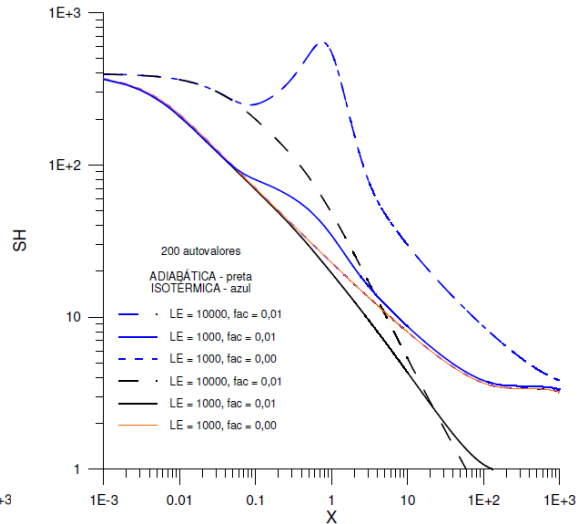
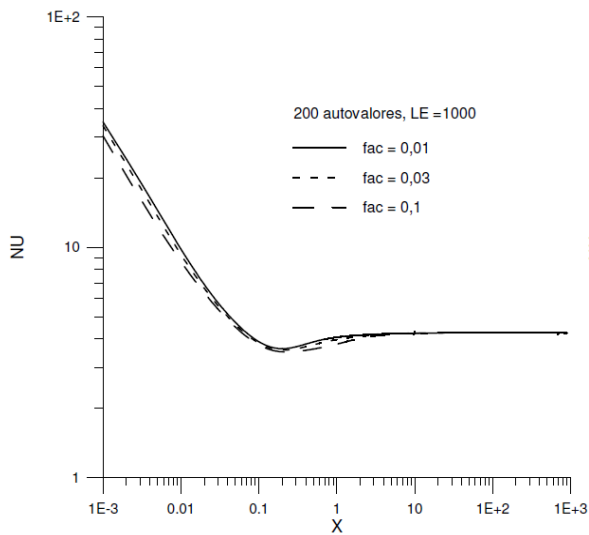
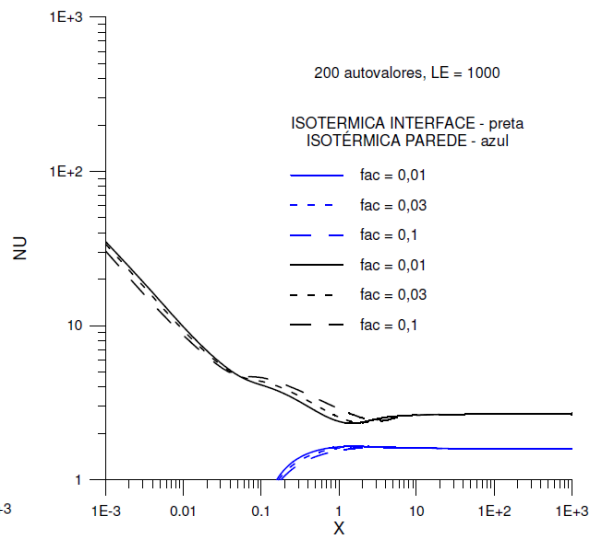


Fig. 8. Número de Sherwood para condições de parede e adiabática e isotérmica).



a) Interface (parede isotérmica)



b) Interface e parede (parede adiabática)

Fig. 9. Número de Nusselt na interface e parede.

camada limite térmica ter se desenvolvido completamente, o calor removido pela parede para o caso isotérmico otimiza a transferência de massa. Outro fator interessante é que o ponto no qual as curvas partem, servem como uma medida para o comprimento necessário ao desenvolvimento completo da camada limite térmica. Quando $X \rightarrow \infty$ em ambos os casos o fluxo de massa tende a zero. O aumento do valor do fator de acoplamento diminui o fluxo de massa, e a curva quando o fator de acoplamento é nulo descreve o caso da transferência de massa isotérmica, cujo valor é o máximo possível para o Le dado.

A Fig. 8 descreve o número de Sherwood como função de X para diferentes valores de Le e f_{ac} . Os valores iniciais de Sh são geralmente grandes e diminuem a medida que X cresce. No caso da parede isotérmica, para o mesmo Le , o efeito do fator de acoplamento é pequeno. Fixando o valor do f_{ac} , Sh é maior para o maior valor de Le . Um número de Le maior exige uma distância maior para o desenvolvimento completo da camada limite de concentração tornar-se totalmente desenvolvida. Na condição de parede adiabática, o aumento do f_{ac} reduz significativamente o valor de Sh .

A Fig. 9a ilustra a variação do número de Nusselt na interface com o comprimento X para a condição de parede adiabática e na Fig. 9b a variação do número de Nusselt na interface, e na parede para a condição de parede isotérmica. Na região inicial, o valor de Nusselt diminui do mesmo modo para as duas condições de parede. Após esta região inicial, este não varia mais e tem seu comportamento pouco afetado pelo número de Lewis e pelo fator de acoplamento para uma grande faixa de valores destes parâmetros.

6. CONCLUSÕES

O fenômeno da transferência simultânea de calor e massa presente nos absorvedores de máquinas de refrigeração por absorção apresenta forte acoplamento na interface entre líquido-vapor e, por isto, as equações governantes do problema não podem ser solucionadas separadamente. Uma condição de equilíbrio na interface líquido-vapor foi considerada para se conseguir a solução das equações de difusão de energia e concentração. O escoamento de um filme absorvente sobre uma placa inclinada para condições de parede adiabática e isotérmica foi modelado. A espessura da película é constante ao longo do escoamento. A ferramenta matemática utilizada foi a Técnica da Transformada Integral Generalizada, GITT, e um código computacional foi desenvolvido em linguagem MATHEMATICA 7.0, Students version. O código simula seis condições de operação diferentes simultaneamente, ou seja, diferentes combinações do número de Lewis, Le , e fator de acoplamento, f_{ac} . A extensão da placa sobre a qual o escoamento ocorre, normalizada em função do número de Peclet, Pe , e da espessura do filme, foi discretizada em 10000 pontos e o código suporta rodar com 200 autovalores. Os resultados mostraram excelente convergência com a referência para o caso 1D. Uma observação importante é que, os potenciais e seus fluxos nas fronteiras só passaram a ter resultados coerentes após a abordagem via balanço integral. Sem este recurso, estes valores se mostraram pouco confiáveis. O desenvolvimento das camadas limites térmica e de concentração foram descritas pelo modelo, bem como as variações de temperatura, concentração e fluxos de massa e calor. Na forma adimensional, estas grandezas são dependentes dos parâmetros característicos Le e f_{ac} . O presente trabalho é considerado como um ponto de partida para uma abordagem mais abrangente que envolva a consideração do escoamento sobre um tubo, ou um banco de tubos, cuja espessura da película varia sobre o tubo, o que caracterizaria uma configuração mais próxima da real.

REFERÊNCIAS

- [1] Grigor'eva, N.I., Nakoryakov, V.E., "Combined Heat and Mass Transfer During Absorption in Drops and Films", *Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal*, **32**(3), 399 – 405 (1977)
- [2] Grossman, G., "Simultaneous Heat and Mass Transfer in Film Absorption under Laminar Flow", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **26**(3), 357-371 (1983)
- [3] Grossman, G., Heath, M.T., "Simultaneous Heat and Mass Transfer in Absorption of Gases in Turbulent Liquid Films", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **27**(12), 2365-2376 (1984)
- [4] Andberg, J.W., Vliet, G.C., "A Simplified Model for Absorption of Vapors into Liquid Films Flowing over Cooled Horizontal Tubes", *ASHRAE Transactions*, **93**(2), 2454 – 2466 (1987)
- [5] Conlisk, A.T., "Falling Film Absorption on a Cylindrical Tube", *AIChE Journal*, **38**(11), 1716-1728 (1992)
- [6] Wassenaar, R.H., Simultaneous Heat and Mass Transfer in a Horizontal Tube Absorber – numerical tools for present and future absorber designs, Delft University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering and Marine Technology (1994)
- [7] Min, J. K., Choi, D.H., "Analysis of the Absorption Process on a Horizontal Tube using Navier–Stokes Equations with Surface-Tension Effects", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **42**(24), 4567-4578 (1999)
- [8] Babadi, F., Farhanieh, B., "Characteristics of Heat and Mass Transfer in Vapor Absorption of Falling Film Flow on a Horizontal Tube", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **32**(9), 1253-1265 (2005)
- [9] Bo, S., Ma, X., Lan, Z., Chen, J., Chen, H., "Numerical Simulation on the Falling Film Absorption Process in a Counter-Flow Absorber", *Chemical Engineering Journal*, **156**, 607-612 (2010)

- [10] Cotta, R.M., *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*, 1 ed., Florida, CRC Press, Inc. (1993)

NOMENCLATURA

C = concentração
 CC = matrizes coeficientes do problema de concentração
 c_p = calor específico à pressão constante (J/kg K)
 CT = matrizes coeficientes do problema de energia
 D = difusividade mássica cinemática (m^2/s)
 f = fator
 g = aceleração da gravidade (m/s^2)
 H = calor de absorção (J/kg)
 h = entalpia (J/kg)
 k = condutividade térmica do líquido (W/mK)
 Le = número de Lewis
 Pe = número de Peclet
 N = norma
 T = temperatura (K)
 U = velocidade adimensional na direção X
 u = velocidade na direção x (m/s)
 V = velocidade adimensional na direção Y
 v = velocidade na direção y (m/s)
 W = concentração adimensional
 \bar{W}_i = potencial transformado da concentração
 X = coordenada adimensional ao longo da parede
 x = coordenada ao longo da parede (m)
 Y = coordenada adimensional perpendicular à parede
 y = coordenada perpendicular à parede (m)

Símbolos gregos

α = coeficiente de transferência de calor (W/mK)
 $\Delta(X)$ = espessura adimensional da película em função de X
 $\delta(x)$ = espessura da película em função de x (m)
 Φ = autofunção do problema de concentração
 $\bar{\Phi}$ = autofunção normalizada da concentração
 Γ = fluxo de volume por comprimento (m^2/s)
 λ = autovalor do problema de concentração
 μ = autovalor do problema de energia
 ν = viscosidade cinemática (m^2/s)
 θ = temperatura adimensional
 $\bar{\theta}_i$ = potencial da energia transformado
 ρ = massa específica (kg/m^3)
 Ψ = autofunção do problema da energia
 $\bar{\Psi}$ = autofunção normalizada da energia

Subscritos

0 = entrada
abs = absorção
ac = acoplamento
conv = convecção
e = equilíbrio
i = vetor unitário na direção x
int = superfície de interface
j = vetor unitário na direção y
refr = refrigerante

**ANALYSIS OF SIMULTANEOUS HEAT AND MASS TRANSFER PRESENT IN
PROCESS OF STEAM ABSORPTION IN FALLING FILM OF LiBr AQUEOUS
SOLUTIONS BY GITT. 1D CASE**

Abstract – The simultaneous heat and mass transfer phenomenon presents on the absorbers of the absorption refrigeration machine was studied by Generalized Integral Transform Technique – GITT, for three practical interest cases with growing degree of difficulty in your mathematical formulation. The two first occurs over an inclined flat plane with laminar flow regime. It is considered the fully developed flow and obtained the explicit velocity profile with constant thickness film. The adiabatic and isothermal wall condition is analyzed. The third case, that represent a real condition of operation occur over the external surface of a single tube. It models the falling film. This paper shows results obtained for the two first cases and results of practical interest are found such as Sherwood and Nusselt numbers, mass flux in the interface and average potentials.

Keywords – Absorption Refrigeration, GITT, Interface Coupled Diffusion Problems and Simultaneous Heat and Mass Transfer.